Federungseigenschaften von Fahrradreifen

In diesem zweiten Teil über Fahrradreifen geht es, wie in Pro Velo 32, S. 15-19 angekündigt, um die theoretische Modellierung und Messung des Schwingungsverhaltens von Fahrradreifen. Neben dem Rollwiderstand ist das Schwingungsverhalten ein weiteres Kriterium, um Reifen aus physikalischer Sicht zu beurteilen. Für Radfahrerinnen ist es deshalb von Interesse, weil der Reifen beim normalen (ungefederten) Fahrrad das Federungselement mit dem größten Federweg ist und damit entscheidend zum Fahrkomfort beiträgt.

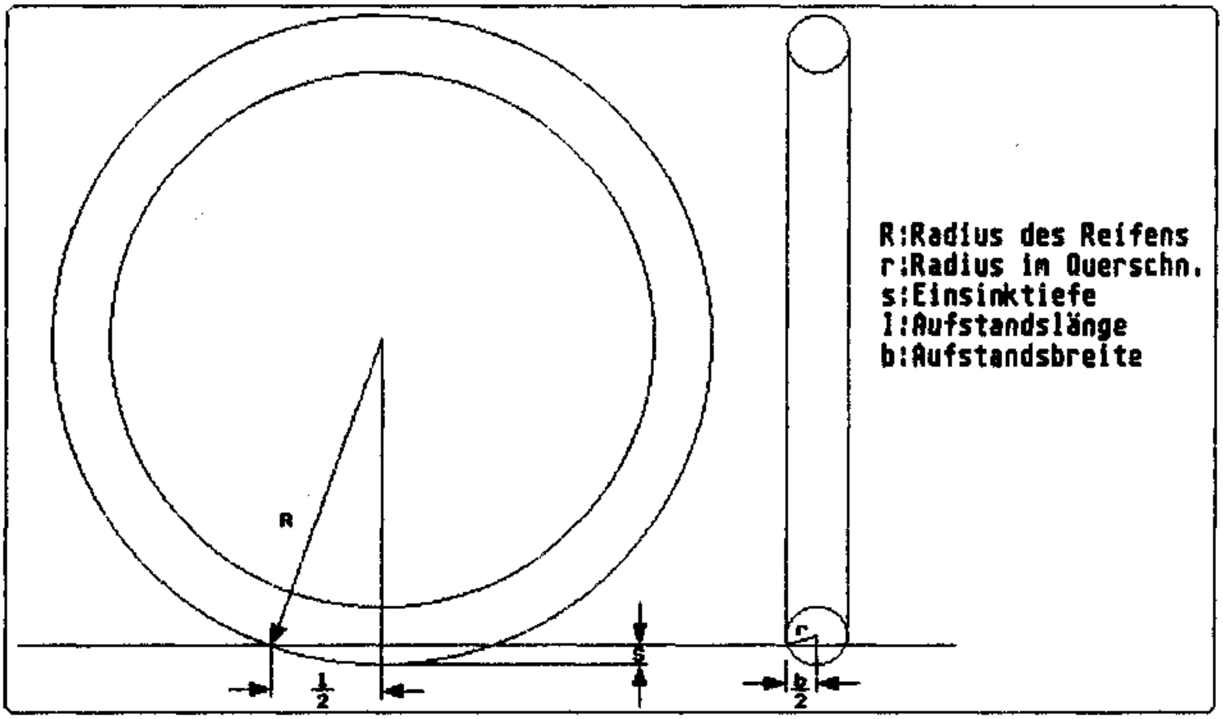
Die Theorie

Die Vorgänge in einem abrollenden Reifen sind sehr komplex. Ein Ansatz, diese zu simulieren, besteht darin, den Reifen in viele kleine Segmente aufzuteilen, die alle in genau definierten geometrischen Beziehungen zueinander stehen. Dann schaut man, wie sich beim Abrollen jedes Segment gegenüber seinen Nachbarn verhält, d.h. welche Kräfte auftreten und wie sich die Segmente verschieben. Diese Methode ist als FEM (Finite Elemente Methode) bekannt und wurde bei der Berechnung von KFZ-Reifen schon angewendet [1]. Sie ist allerdings sehr aufwendig und erfordert einen Computer mit hoher Rechenleistung. Die für die Berechnung notwendigen Parameter, wie z.B. der Elastizitätsmodul der einzelnen Reifenbestandteile, sind nur schwer meßbar und müßten teilweise geschätzt werden. Die Ergebnisse von KFZ-Reifen lassen sich auch nicht direkt auf Fahrradreifen übertragen, da ihr Aufbau, der Betriebsdruck und das Verhältnis von Durchmesser zu Breite verschieden sind. Dies gilt für fast alle Ergebnisse der KFZ-Reifen-Forschung, sei es nun Rollwiderstand, Schwingungsverhalten oder Aquaplaning,... Eine eigenständige Fahrrad-Reifen-Forschung ist also notwendig, um die Eigenschaften von Fahrradreifen weiter zu verbessern.

Für eine einfache Modellierung kann man sich einen Reifen als Torus (Ringkörper mit kreisförmigem Querschnitt) vorstellen (s. Abb. 1). Der Torus wird waagerecht von der Fahrbahnebene geschnitten, was eine elliptische Aufstandsfläche ergibt. Bei dieser Vereinfachung werden Verformungen des realen Reifens nicht berücksichtigt. Trotzdem liefert diese einfache Theorie schon recht brauchbare Ergebnisse. Aus der Einsinktiefe s, dem Durchmesser d und der Breite b des Reifens kann dann die Aufstandsfläche A berechnet werden. Damit lassen sich weitere Eigenschaften des Reifens, wie z.B. die Federkonstante und Eigenfrequenz berechnen.

Einfederung

Unter statischer Belastung hat der Reifen die Einsinktiefe s. Die maximale Einfederung s_{max} entspricht der



flbb.l: Modell eines Reifens (Tonis)

Fahrradreifen in Formeln

Ein Fahrradreifen kann als Torus betrachtet werden, der als Schnittfläche mit der Fahrbahn eine Ellipse ergibt. Dabei werden keine Verformungen berücksichtigt. Nach Pythagoras gilt für die Aufstandslänge (siehe Abbildung):

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + (R-s)^2 = R^2 \quad \Longleftrightarrow \quad l = 2\sqrt{2Rs - s^2} \tag{1}$$

Da $s^2 \ll 2Rs$ kann im folgenden die Näherung $l \approx 2\sqrt{2Rs}$ verwendet werden.
Desgleichen gilt auch für die Reifenbreite, allerdings ist hierbei keine Näherung möglich:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (r-s)^2 = r^2 \quad \Longleftrightarrow \quad b = 2\sqrt{2rs - s^2} \tag{2}$$

Die Aufstandsfläche läßt sich als Ellipse mit l und b als Halbachsen beschreiben:

$$A = \frac{\pi}{4}\, l\, b = \pi\sqrt{2Rs}\,\sqrt{2rs - s^2} = \pi\sqrt{4Rrs^2 - 2Rs^3} \tag{3}$$

Der Reifen wird im folgenden als Luftfeder betrachtet und die Federkonstante aus der Reifengeometrie errechnet.
Die Belastung F des Reifens wird durch den Reifeninnendruck p , die Aufstandsfläche A und die Steifigkeit der Seitenwände a aufgefangen:

$$F = (p + \alpha)A \tag{4}$$

wobei a ein zusätzlicher Parameter mit der Dimension eines Druckes ist. Dabei wird angenommen, daß die Seitenwände als lineare Feder wirken.
Die Federkonstante D ist nun

$$D = \frac{dF}{ds} = p\frac{dA}{ds} + \alpha\frac{dA}{ds} + A\frac{dp}{ds} + A\frac{d\alpha}{ds} \tag{5}$$

Unter der Annahme, daß weder der Druck p noch die Reifensteifigkeit a sich bei Einfederung ändern, können die letzten beiden Terme vernachlässigt werden. Damit wird

$$D = (p+\alpha)\frac{dA}{ds} = (p+\alpha)\,\pi\,\sqrt{\frac{R}{2}}\,\frac{4r - 3s}{\sqrt{2r - s}} \tag{6}$$

Sei m eine Masse, die auf dem Reifen lastet, dann ist die Eigenfrequenz f_0 dieses schwingfähigen Systems

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{p+\alpha}{m}\sqrt{\frac{R}{2}}\,\frac{4r-3s}{\sqrt{2r-s}}} \tag{7}$$

Mit der Anfangsamplitude Y_o und der Dämpfung y wird der zeitliche Verlauf der Schwingung beschrieben durch

$$y(t) = Y_0\, e^{-\gamma t}\, \cos(2\pi f_0\, t) \tag{8}$$

Tabelle 1: Schwingungverhalten von Fahrradreifen					
Reifen	Größe ETR.TO	Eigenfrequenz f_0 [Hz] bei 500 kPa	empf. Druck ()	Dämpfung $y2$ bei 500 kPa	c_R - Wert bei 500 kPa
Avocet Slik	32-622	8.2 ± 0.2	8.6 (650)	0.775	0.00361
Avocet Slik	28-622	8.2 ± 0.2	9.1 (700)	1.050	0.00402
Avocet Slik	25-622	8.4 ±0.2	9.6 (800)	0.900	
Avocet Slik	20-622	8.2 ± 0.2	9.5 (850)	0.950	0.00477
Conti Top Touring	32-622	7.8 ± 0.2	7.8 (500)	0.475	0.00278
Vred. Monte Carlo	37-622	7.8 ± 0.2	7.8 (500)	0.500	0.00319
Specialized Touring	28-622	7.8 ± 0.2		0.800	
Conti Super Cross	50-559	8.0 ± 0.2		0.800	0.00643 "
Conti Nylon-S	47-406	7.4 ± 0.2		0.575	
Avocet Fastgrip Fr.	47-406	7.8 ± 0.4		1.250	0.00514
Rinkowski Typ 1	47-406	6.9 ± 0.1		0.160	0.00160
Rinkowski Typ 2	47-406	7.1 ± 0.1		0.325	0.00195

"bei 450 kPa gemessen

Höhe des Reifens über der Felge. Das Verhältnis delta_s=s/s_max gibt die relative statische Einfederung an. Bei s=s_max bzw. ds=l wäre der Reifen voll eingefedert und würde auf der Felge stehen, bei s=0 bzw. delta_s=0 berührte er den Boden nur in einem Punkt. Für die Praxis hat die relative Einfederung folgende Bedeutung: Ist diese Zahl delta_s zu groß (zwischen 0.5 und 1), kann es bei harten Stößen zu Durchschlägen auf die Felge kommen; ist sie zu klein, dann ist der Federkomfort schlecht - der Reifen ist "totgepumpt". Deshalb sollte der Reifendruck so eingestellt werden, daß die Einsinktiefe im optimalen Bereich liegt, d.h. nach unseren Erfahrungen bei delta_s=0.25 - 0.35. Dabei ist der Federweg (bzw. die Einsinktiefe s) bei breiten (genauer: hohen) Reifen größer als bei schmalen (flachen). Die Federkonstante D eines Reifens ist definiert als die Kraft F, die auf dem Reifen lastet, geteilt durch die Einfederung s bei dieser Last (s.a. Formel 5). Ein Reifen mit kleiner Federkonstante sinkt bei gleicher Belastung tiefer ein als ein Reifen mit großer Federkonstante. Eine kleinere Federkonstante ist also gleichzusetzen mit besserem Federungskomfort.

Schwingungsverhalten

Eine andere Größe, um den Fahrkomfort zu beschreiben, ist die Eigenfrequenz des unter Last schwingenden Reifens. Wir haben sie für einige Reifen gemessen (s. Tabelle 1), wobei niedrige Eigenfrequenzen mit einem guten Federkomfort gleichzusetzen sind, da die Eigenfrequenz nach Formel (7) mit der Federkonstanten zusammenhängt. Der Meßaufbau besteht aus einem Gestell, in dem der belastete Reifen schwingen kann, wenn er aus wenigen Millimetern Höhe fallengelassen wird. Die Bewegung wird mit einem Beschleunigungssensor aufgenommen und per Computer ausgewertet [2]. Die gemessenen Federkonstanten und Eigenfrequenzen stimmen gut mit den nach Formel (6) und (7) berechneten Werten überein.

DieDämpfung

Der zeitliche Verlauf der Schwingung wird durch Formel (8) beschrieben. Dabei gibt die Dämpfungskonstante gamma an, wie schnell die Schwingung abklingt. Die Dämpfung ist ein Maß dafür, wieviel Energie im Reifen beim Schwingen oder beim Walken in Wärme umgewandelt wird. Reifen mit kleiner Dämpfung haben auch einen geringen Rollwiderstand. Dieser Zusammenhang ist allerdings nicht linear und es gibt bisher noch keine Theorie, mit der man den Rollwiderstand aus der Dämpfung und anderen Parametern berechnen könnte. Man kann unterschiedliche Dämpfungen aber qualitativ beobachten, wenn man ein Laufrad fallen läßt. Je öfter es zurückspringt, desto kleiner ist die Dämpfung.

Fazit

Verbesserungen an Fahrradreifen sind noch möglich und wünschenswert. Eine Theorie, die mit den Meßergebnissen im Einklang ist, kann dabei sehr hilfreich sein, um schon bei der Konstruktion eines Reifens abzuschätzen, welchen Einfluß ein anderer Reifenaufbau (wie z.B. Gürtelreifen), andere Fadenmaterialien (Stahldraht, Glas-, Kevlar- oder Kohlefaser, etc.) und andere Gummimischungen haben könnten. Ein niedriger Rollwiderstand einerseits und guter Federkomfort andererseits sind schwierig in einem Reifen zu vereinen. Hat ein Reifen eine geringe Dämpfung und damit auch einen geringen Rollwiderstand, so werden die Vibrationen der Fahrbahn nur schwach vom Reifen absorbiert und fast vollständig in Lenker und Sattel weitergeleitet. Für Reifen mit wesentlich geringerem Rollwiderstand und geringerer Dämpfung, wie z.B. die Gürtelreifen von Paul Rinkowski, scheint eine explizite Federung am Rad (also Einzelradaufhängung) um so notwendiger zu sein. Die Radlerln käme dafür in den Genuß eines leichten Laufs und guten Fahrkomforts.

Thomas Senkel, Carl-von-Ossietzky-Universität Oldenburg

Literatur

[1] Gall, R.: Zur Berechnung von faserverstärkten Reifen mit der Methode der Finiten Elemente; Dissertation 1985; FB Maschinenbau, Universität der Bundeswehr Hamburg
[2] Mönnich, K.: Konstruktion eines Schwingungsmessgeräts für Fahrradlaufräder und Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Fahrradreifen; Studienarbeit 1993, Carl-von-Ossietzky-Universität Oldenburg
[3] Reimpell, J.: Fahrwerktechnik: Reifen und Räder; Vogel Fachbuch, 2. Aufl. 1988, Würzburg